Relación entre las razones trigonométricas de un ángulo

Las razones trigonométricas de un ángulo no son independientes, ya que están relacionadas entre sí mediante ciertas igualdades, como por ejemplo:

$$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \qquad \text{tg}\alpha = \frac{\text{sen}\alpha}{\cos\alpha} \qquad 1 + \text{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

Ejemplo 5:

a) Sabiendo que α es un ángulo positivo menor que $3\pi/2$ y que $\text{sen}\alpha = -3/5$ calcular su coseno y su tangente.

Sustituyendo el valor del seno en $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, se tiene $\frac{9}{25} + \cos^2\alpha = 1$, de donde $\cos\alpha = \pm\frac{4}{5}$, a continuación se determina cuál de estos dos valores corresponde al del coseno pedido.

Al ser α un ángulo positivo menor que $3\pi/2$ y con seno negativo al representarlo en la circunferencia unidad su segundo lado cae en el tercer cuadrante, por lo tanto su coseno es negativo, luego $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$

Para calcular el valor de la tangente, se sustituye el seno y el coseno en $\text{tg}\alpha = \frac{\text{sen}\alpha}{\cos\alpha}$, obteniéndose $\text{tg}\alpha = \frac{3}{4}$.

b) Sabiendo que α es un ángulo positivo menor que π y que $\text{tg}\alpha = -1'5$ calcular su seno y su coseno.

Sustituyendo el valor de la tangente en la igualdad $1 + \text{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$, se tiene la ecuación $1 + 2'25 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$, de donde $\cos\alpha = \pm\frac{1}{\sqrt{3'25}} = \pm\sqrt{\frac{100}{325}} = \pm\frac{10}{5\sqrt{13}} = \pm\frac{2}{\sqrt{13}}$.

Al ser α positivo, menor que π y con tangente negativa es un ángulo del segundo cuadrante, por lo que el coseno es negativo, por tanto, de las dos soluciones obtenidas de la ecuación se concluye que $\cos\alpha = -\frac{2}{\sqrt{13}}$

Para calcular el valor del seno, se sustituye el coseno y la tangente en $\text{tg}\alpha = \frac{\text{sen}\alpha}{\cos\alpha}$, obteniéndose $\frac{-15}{10} = \frac{\text{sen}\alpha}{\frac{-2}{\sqrt{13}}}$, de donde se deduce que $\text{sen}\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$.