Producto de números complejos

Dados dos números complejos $a+bi$ y $c+di$ su producto es otro número complejo de la forma

$$(a+bi).(c+di) = (ac-bd) + (ad+bc)i$$

Ejemplo 5: $(3-2i).(4+7i) = (3.4-(-2)7) + (3.7+(-2)4)i = 26+13i$

En la práctica, el producto de dos números complejos se obtiene multiplicando las expresiones $a+bi$ y $c+di$ utilizando la propiedad distributiva y teniendo en cuenta que $i^2 = -1$:

$$(a+bi).(c+di) = ac+adi+bic+bdi^2 = ac+adi+bci-bd = (ac-bd) + (ad+bc)i$$

Ejemplo 6:

a) $(3+i).4i = 12i + 4i^2 = 12i - 4 = -4 + 12i$

b) $\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{5}i\right).(2+10i) = \frac{2}{3} + \frac{10}{3}i + \frac{4}{5}i + \frac{20}{5}i^2 = \frac{2}{3} - 4 + \left(\frac{10}{3}+\frac{4}{5}\right) i = \frac{-10}{3} + \frac{62}{15} i$

El hecho de que dado cualquier número complejo no nulo exista su elemento inverso permite definir la **división** en C como:

$$(a+bi):(c+di) = (a+bi).(c+di)^{-1} = (a+bi).\left(\frac{c}{c^2+d^2} - \frac{d}{c^2+d^2}i\right) = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i, \quad \text{si } c+di \neq 0$$

En la practica, para calcular $(a+bi):(c+di) = \frac{a+bi}{c+di}$, basta multiplicar el numerador y el denominador por el conjugado del denominador y realizar operaciones:

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{(ac+bd)+(-ad+bc)\,i}{(c^2+d^2)+(-cd+dc)\,i} = \frac{(ac+bd)+(-ad+bc)\,i}{c^2+d^2} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$$