

Suponer que el número buscado es de la forma $a+bi$ e imponer la condición del enunciado teniendo en cuenta las definiciones de conjugado de un número complejo y de cociente de dos números complejos que se enuncian a continuación:

Dado un número complejo, $a+bi$, su **conjugado** es otro número complejo que tiene la misma parte real y la parte imaginaria de signo contrario. Se representa $\overline{a+bi} = a-bi$.

Ejemplo 2: $\overline{3+4i} = 3-4i$, $\overline{\frac{4}{3}-i} = \frac{4}{3}+i$, $\overline{5} = 5$, $\overline{2i} = -2i$

El hecho de que dado cualquier número complejo no nulo exista su elemento inverso permite definir la **división** en \mathbb{C} como:

$$(a+bi):(c+di) = (a+bi) \cdot (c+di)^{-1} = (a+bi) \cdot \left(\frac{c}{c^2+d^2} - \frac{d}{c^2+d^2}i \right) = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i, \text{ si } c+di \neq 0$$

En la practica, para calcular $(a+bi):(c+di) = \frac{a+bi}{c+di}$, basta multiplicar el numerador y el denominador por el conjugado del denominador y realizar operaciones:

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{(ac+bd)+(-ad+bc)i}{(c^2+d^2)+(-cd+dc)i} = \frac{(ac+bd)+(-ad+bc)i}{c^2+d^2} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$$

Ejemplo 8:

$$a) (11+10i):(1+4i) = \frac{11+10i}{1+4i} = \frac{(11+10i)(1-4i)}{(1+4i)(1-4i)} = \frac{11-44i+10i-40i^2}{1-16i^2} = \frac{51-34i}{17} = 3-2i$$

$$b) (-3+7i)^{-1} = \frac{1}{-3+7i} = \frac{1(-3-7i)}{(-3+7i)(-3-7i)} = \frac{-3-7i}{9-49i^2} = \frac{-3-7i}{58} = \frac{-3}{58} + \frac{7}{58}i$$