Autoras: Gloria Jarne, Esperanza Minguillón, Trinidad Zabal

VECTORES LIBRES

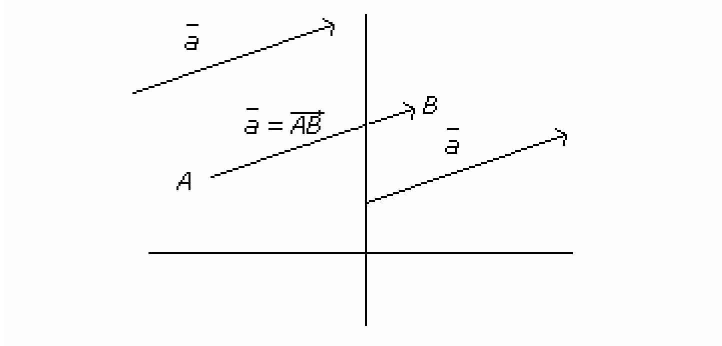
Dos vectores fijos son **equipolentes** si tienen el mismo módulo, la misma dirección y el mismo sentido.

Atendiendo a sus componentes se puede comprobar que dos vectores fijos son **equipolentes** si y sólo si tienen las mismas componentes.

La relación de equipolencia proporciona una clasificación de los vectores fijos en subconjuntos disjuntos, cada uno de los cuales da lugar a un vector libre.

Así, se define **vector libre** como el conjunto formado por todos los vectores fijos equipolentes a uno dado. Se denota generalmente con una letra minúscula.

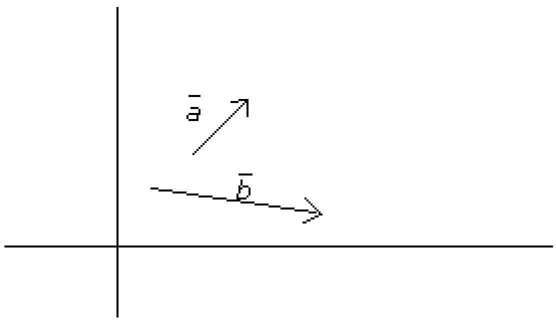
Dado un vector libre $\bar{a}$ y un punto del plano A, existe un único vector fijo que lo representa con origen en dicho punto. Así, para trabajar con un vector libre se puede elegir como representante el vector fijo más conveniente en cada caso.

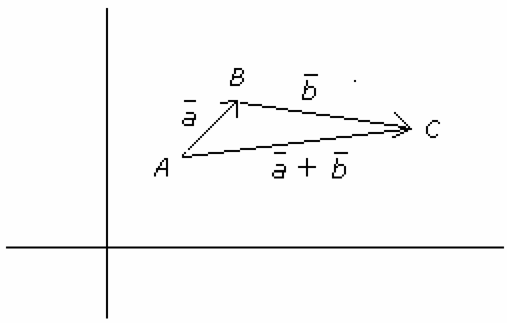


Las **componentes** de un vector libre son las de cualquier vector fijo que lo representa. Esta definición es consistente ya que todos los vectores fijos equipolentes tienen las mismas componentes.

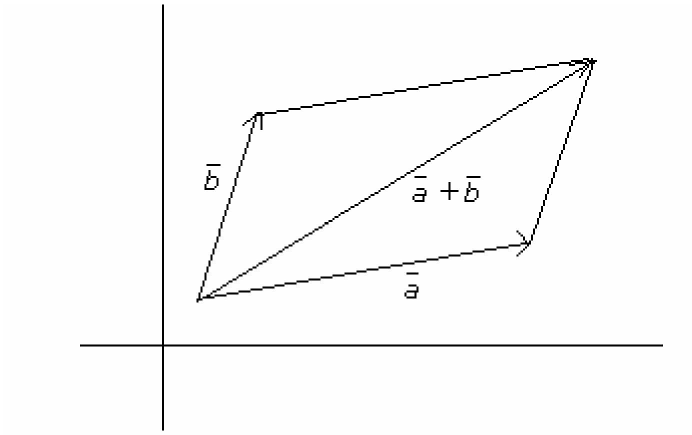
Operaciones con vectores libres

Suma : Dados dos vectores libres $\bar{a}$ y $\bar{b}$ para calcular su suma se considera un vector fijo $\overrightarrow{AB}$ representante del vector $\bar{a}$ y el vector fijo $\overrightarrow{BC}$ representante de $\bar{b}$, cuyo origen coincide con el extremo de $\overrightarrow{AB}$, así la suma $\bar{a}+\bar{b}$ es el vector libre representado por el vector fijo $\overrightarrow{AC}$.





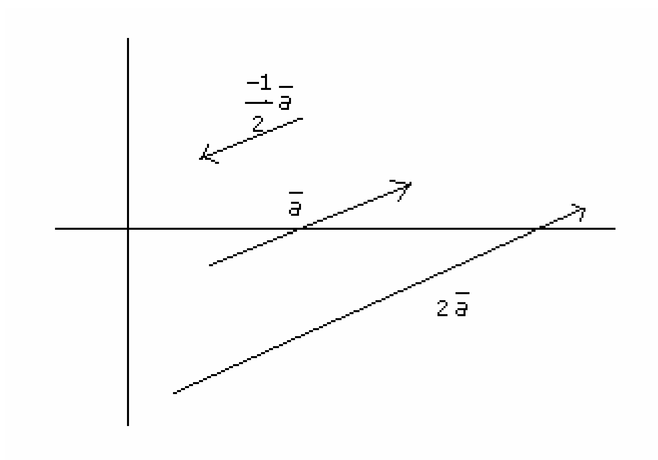
Otra forma de calcular la suma $\bar{a}+\bar{b}$ es con la llamada *Ley del paralelogramo*. Para ello se consideran representantes de los vectores libres $\bar{a}$ y $\bar{b}$ con origen en un mismo punto y se traza el paralelogramo que determinan, así $\bar{a}+\bar{b}$ es el vector libre representado por el vector fijo que tiene el origen en el origen común y el extremo en el de la diagonal del paralelogramo.



Si los vectores vienen dados por sus componentes basta sumar las componentes correspondientes para obtener las del vector suma.

Ejemplo 6: Si $\bar{a}$ = (8, 3) y $\bar{b}$ = (4, -5) entonces $\bar{a}+\bar{b}$ = (8+4, 3-5) = (12, -2)

Producto por un número real : Dado un número real *t* y un vector libre $\bar{a}$, el producto $t.\bar{a}$ es el vector libre formado por los vectores fijos con la misma dirección que $\bar{a}$, el mismo sentido si *t* es positivo y sentido contrario si es negativo y módulo igual al producto del valor absoluto de *t* por el módulo de $\bar{a}$.



Si el vector viene dado por sus componentes basta multiplicar ambas por el número real, para obtener las del vector producto.

Ejemplo 7: Si *t* = -3 y $\bar{a}$ = (8, -2) entonces $t.\bar{a}$ = -3.(8, -2) = (-24, 6)

Es fácil deducir que dos vectores no nulos tienen la misma dirección si y sólo si uno de ellos es el producto de un número real no nulo por el otro vector, o lo que es lo mismo si las componentes son proporcionales.

Ejemplo 8:

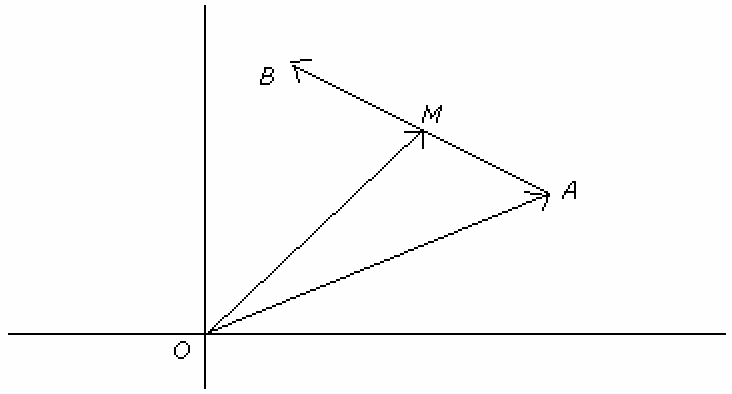
Los vectores $\bar{a}$ = (8, 12) y $\bar{b}$ = (-2, -3) tienen la misma dirección, puesto que $\bar{a} = -4\,\bar{b}$, o bien que $\frac{8}{-2} = \frac{12}{-3}$.

El vector $\bar{c}$ = (1, -1) tiene distinta dirección que $\bar{a}$ ya que $\frac{8}{1} \neq \frac{12}{-1}$

Punto medio de un segmento

Dados dos puntos del plano $A = (a_1, a_2)$ y $B = (b_1, b_2)$ se observa que su punto medio M tiene por coordenadas las componentes del vector $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, es decir:

$$(a_1, a_2) + \frac{1}{2}(b_1 - a_1, b_2 - a_2) = \left(\frac{a_1 + b_1}{2}, \frac{a_2 + b_2}{2}\right)$$



Ejemplo 9:

El punto medio del segmento $\overline{AB}$ siendo $A = (4, -2)$ y $B = (2, -3)$ es $M = \left(\frac{4+2}{2}, \frac{-2-3}{2}\right) = \left(3, \frac{-5}{2}\right)$