EJERCICIOS DE CARÁCTER ECONÓMICO DE FUNCIONES REALES

1. Sea la siguiente función de demanda general de un bien A, $q_a = \dfrac{2y - 15p_a - 8p_b + 6p_c}{5p_a}$, siendo y la renta, p_a el precio del bien A, p_b y p_c los precios de otros bienes.

Sabiendo que inicialmente y = 62, $p_a = 2$, $p_b = 3$ y $p_c = 5$.

a) Determinar la cantidad de ese bien que inicialmente se demanda.

b) Obtener la expresión de su demanda directa .

c) Obtener la expresión de la demanda en función de la renta.

d) Determinar la relación existente entre los bienes A y B, sabiendo que el bien B tiene una demanda decreciente respecto de su precio.

e) Determinar la relación existente entre los bienes A y C, sabiendo que el bien C tiene una demanda decreciente respecto de su precio.

Solución

a) Sustituyendo los valores iniciales en la función de demanda queda

$$q_a = \frac{2.62 - 15.2 - 8.3 + 6.5}{5.2} = \frac{124 - 30 - 24 + 30}{10} = 10$$

b) Hay que encontrar la función que nos da el valor de la demanda de A en función de su precio, $q_a = f(p_a)$. Sustituyendo en q_a las condiciones iniciales de y, p_b y p_c, se tiene:

$$q_a = \frac{2.62 - 15p_a - 8.3 + 6.5}{5p_a} = \frac{124 - 15p_a - 24 + 30}{5p_a} = \frac{130 - 15p_a}{5p_a}$$

c) Hay que encontrar la función que nos da el valor de la demanda de A en función de la renta, $q_a = f(y)$. Sustituyendo en q_a las condiciones iniciales de p_a, p_b y p_c, se tiene:

$$q_a = \frac{2y - 15.2 - 8.3 + 6.5}{5.2} = \frac{2y - 30 - 24 + 30}{10} = \frac{2y - 24}{10} = \frac{y - 12}{5}$$

d) Hay que encontrar la función que nos da el valor de la demanda de A en función del precio del bien B, $q_a = f(p_b)$. Sustituyendo en q_a las condiciones iniciales de y, p_a y p_c, se tiene:

$$q_a = \frac{2.62 - 15.2 - 8p_b + 6.5}{5.2} = \frac{124 - 30 - 8p_b + 30}{10} = \frac{124 - 8p_b}{10}$$

Observando la función obtenida, $q_a = \dfrac{124 - 8p_b}{10}$, se ve que la demanda del bien A disminuye cuando aumente el precio p_b.

Por otra parte, como la demanda del bien B es decreciente, ésta disminuye al aumentar p_b.
Por tanto, se concluye que los bienes A y B son bienes complementarios.

e) Hay que encontrar la función que nos da el valor de la demanda de A en función del precio del bien C, $q_a = f(p_c)$. Sustituyendo en q_a las condiciones iniciales de y, p_a y p_b, se tiene:

$$q_a = \frac{2.62 - 15.2 - 8.3 + 6p_c}{5.2} = \frac{124 - 30 - 24 + 6p_c}{10} = \frac{70 + 6p_c}{10}$$

Observando la función obtenida $q_a = \frac{70 + 6p_c}{10}$, se ve que la demanda del bien A aumenta al aumentar el precio p_c.

Por otra parte, como la demanda del bien C es decreciente, ésta disminuye al aumentar p_c.

Por tanto, se concluye que los bienes A y C son bienes sustitutivos.

2. Supongamos que el coste total de fabricación de x unidades productos está dado por la función: $C(x) = 5x^2 + x + 32$.

a) ¿Cuál es el coste de fabricación de 12 productos?

b) ¿Cuál es el coste de fabricación del duodécimo producto?

c) Expresar el coste de fabricación medio como función de x.

Solución

a) Sustituyendo en la función $C(x)$ el valor de x por 12 queda: $C(12) = 5.12^2 + 12 + 32 = 764$

b) El coste de fabricación del duodécimo producto es $C(12) - C(11) = 764 - 648 = 116$

c) El coste de fabricación medio es $CM_e(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{5x^2 + x + 32}{x} = 5x + 1 + \frac{32}{x}$